

腐食損傷したリベット部材の残存性能に関する研究

橋梁工学分野 堀 嗣輔

Abstract

現存するリベットは、架設後 50 年以上経過したものがほとんどであり、腐食損傷等の経年劣化が問題となっている。このようなリベット構造物の補修・補強を行うためには損傷したリベットの技術情報が必要である。そこで、腐食損傷することによるリベット集成 I 桁および継手の静的耐荷力および疲労強度への影響を明らかにするため、リベット頭部の損傷度を変化させた軸力計測実験、リベット集成 I 桁の静的載荷実験、リベット継手の静的引張試験、疲労試験および応力集中解析を行った。研究の結果、集成 I 桁への影響はほぼないが、リベット継手では軸力が減少することですべり耐荷力や終局挙動および疲労強度の低下が発生した。また、損傷したリベット頭部形状と軸力減少率の関係と、FEM 解析を行いリベット継手の応力集中度を明らかにしたことで、リベットの損傷度から疲労強度を推定した。

1. 研究背景・目的

リベット接合は、高力ボルト接合や溶接接合が使用される以前では一般的に使用されていた接合方法である。リベットの施工には、熟練した技術が必要であるうえ、騒音や火気の使用などの問題や危険性があり、昭和 50 年頃から新規構造物に使用されることはほとんどなくなった¹⁾。そのために現在残っているリベットは、架設時から 50 年以上経過したものが多く、リベット頭部がほぼ全てなくなる腐食や、疲労き裂、リベットの緩みといった経年劣化も報告されている¹⁾。このような経年劣化したリベット構造物に対し適切な補修・補強を行うためには、リベットの技術情報が必要である。

そこで、本研究では、リベット頭部の腐食損傷状況に着目し、図-1に示す研究フローに従い腐食損傷したリベットの残存軸力や、リベット集成部材および継手の静的耐荷力・疲労強度等を明らかにすることで、リベット頭部損傷状態からリベット部材の残存性能を評価することを目的としている。

2. リベットの腐食損傷例および模擬方法

2.1 リベットの腐食損傷例

本研究では、撤去された旧餘部鉄橋の縦桁を対象に腐食損傷状況を調査した。調査の結果、リベットの腐食状況は、図-2に示すような、リベット頭部が均一に腐食するような形状が最も多い。損傷度は、健全状態のものから、リベット頭部がほぼ全てなくなるような全損タイプのものまで様々であった。リベット頭部の腐食が大きいのは、塗料が適切に施されていないと考えられる。このように、リベットの腐食は、雨水などが溜まりやすい場所や、塗装の良し悪しにより、腐食の進展度が異なるものと考えられる。リベット頭部が全損したタイプでもリベットの抜け落ちや弛み等は確認できなかったことからリベット軸部は健全であると考えられる。

るものと考えられる。リベット頭部が全損したタイプでもリベットの抜け落ちや弛み等は確認できなかったことからリベット軸部は健全であると考えられる。

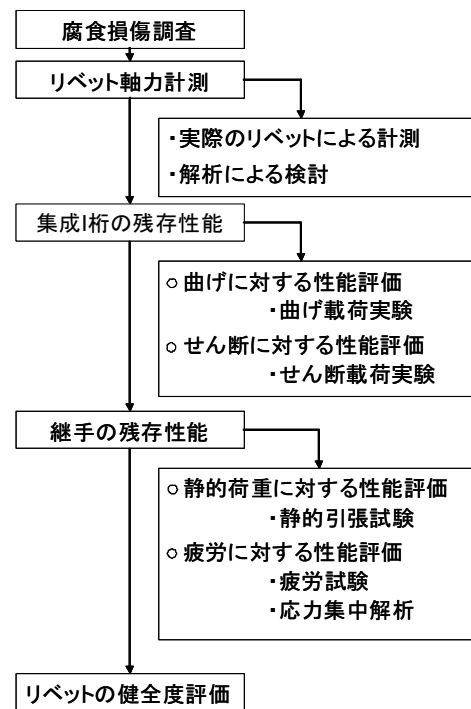


図-1 研究フロー



(a) 外観 (b) 断面²⁾

図-2 リベット腐食損傷例

2.2 リベット腐食損傷の模擬

リベットの腐食損傷は先に述べたようにリベット頭部で進行する³⁾。よって本研究で導入するリベットの負傷損傷はリベット頭部に限定した。実験での腐食損傷模擬方法はフライス盤で図-3 (b) のようにリベット頭部を水平に切削する方法で模擬した。それに対し FEM 解析では、実験での損傷状態に加え、図-3(c) (d) に示すようなその他の損傷形状 (円形損傷, 円錐損傷) についての検討を行っている。

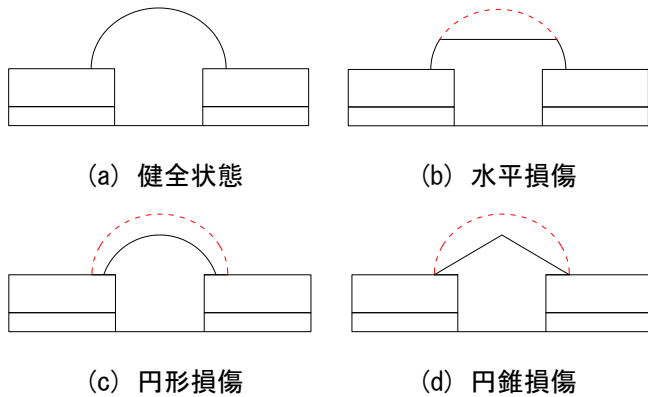


図-3 リベット頭部損傷モデル

3. リベット集成 I 桁の残存性能評価

腐食損傷することによるリベット集成 I 桁の静的耐荷力, 変形性能等への影響を明らかにするため, リベット集成 I 桁の曲げ載荷実験およびせん断載荷実験を行った。載荷方法は図-4 に示すように行い, リベットの損傷はリベット頭部を水平に 8 割以上切削している。曲げ実験は健全状態の Case1, フランジリベットを損傷させた Case2-1, Case2-1 にウェブリベットの損傷を加えた Case2-2, さらに Case2-3 では上フランジ中央のリベットを抜き取り, 実験を行っている。またせん断実験では健全状態の Case3, フランジおよびウェブのリベットを損傷させた Case4 に対し実験を行った。

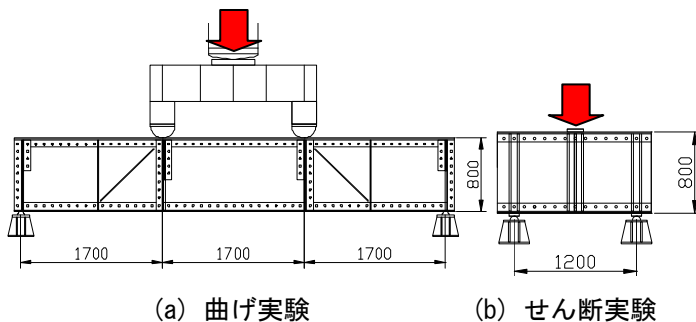


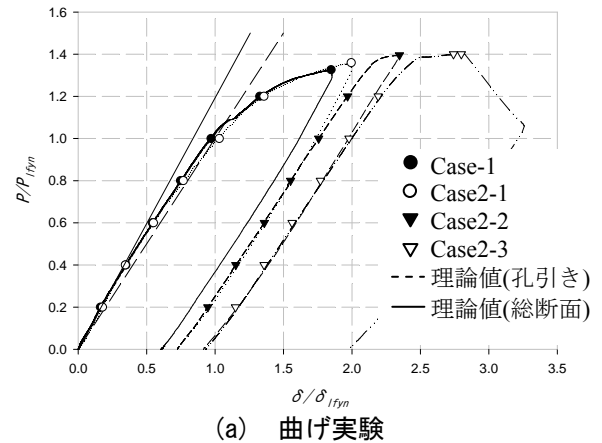
図-4 載荷方法 (単位: mm)

図-5 に各実験での荷重-支間中央変位関係を示す。

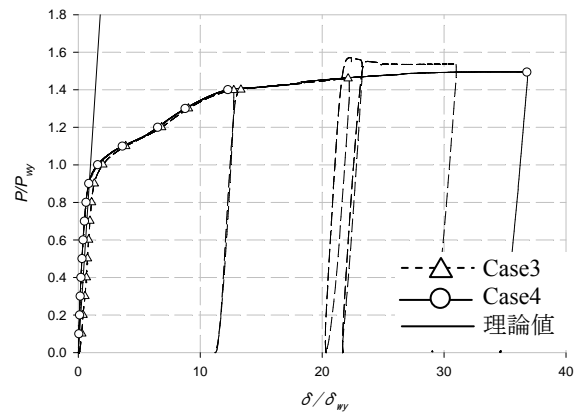
実験の結果, リベット頭部の損傷により曲げ荷重に対しては, 一時的な剛性の低下が発生したが, 終局曲げ耐荷力には影響しなかった。また, リベットが母板から抜け落ちた場合, 圧縮フランジで座屈が発生した。一方,

せん断力に対しては剛性の低下等は発生しなかったが, 集成桁の変形が大きくなり, リベットが抜け出し, 集成部材を構成する板がはがれることで集成 I 桁の構造が若干崩れ終局耐荷力が低下した。

以上のような影響が確認されたが, どれも変化の度合いが小さいことから, リベット頭部が損傷することによるリベット集成 I 桁の静的耐荷力に対する性能はほぼ変化しないと考えられる。



(a) 曲げ実験



(b) せん断実験

図-5 荷重-支間中央変位関係

4. リベット損傷と作用軸力関係

リベットには, 設計上考慮されていないが軸力が作用している^{4) 5)}。そのため, リベット頭部が損傷することによる作用軸力の減少率および健全状態での作用軸力を実験および解析により評価する。実験では既存リベット 6 本, 新規リベット 4 本 (内 1 本は打ち損じ) に対し水平損傷を導入することで各損傷度における軸力を計測した。解析では図-6 のような解析モデルに対し, 解析パラメータをリベット頭部損傷状態, 初期導入軸力, 接合面の摩擦係数の 3 点とした。リベット頭部損傷状態では実験で行った水平損傷に加え円形損傷・円錐損傷ケースでも比較した。表-1 に解析ケースを示す。

表-2 に実リベットに作用している軸力を, 図-7 に実験結果を, 図-8 に実験および解析での bh^3 と軸力減少率関係を示す。なお, bh^3 とは図-6 に示すリベット軸縁からリベット頭部幅 b とリベット軸縁上のリベット高さ h

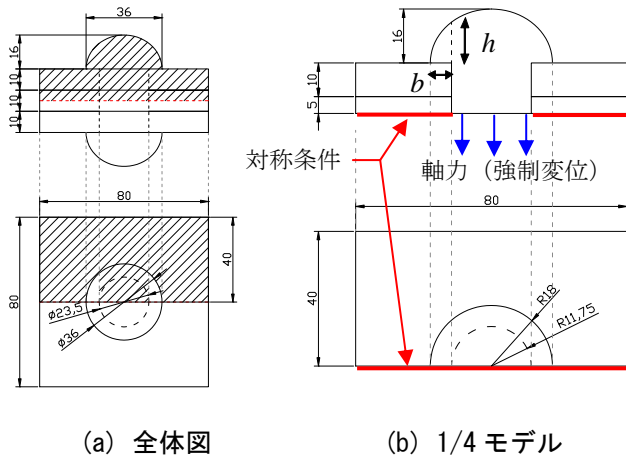


図-6 解析モデルおよび境界条件 (単位: mm)

表-1 解析ケース

解析ケース	損傷形状	リベット頭部損傷率(%)		初期軸力 (kN)	摩擦係数
		高さ方向	幅方向		
10-10-f05-Fc60-R1-1	健全状態	0	0	60	0.5
05-10-f05-Fc60-R1-1	水平損傷	50	0		
02-10-f05-Fc60-R1-1	円形損傷	80	0		
00-00-f05-Fc00-R1-1	全損状態	100	100		
05-10-f05-Fc60-R1-2	円形損傷	50	0		
02-10-f05-Fc60-R1-2		80	0		
10-05-f05-Fc60-R1-2		0	50		
10-02-f05-Fc00-R1-2		0	80		
05-05-f05-Fc60-R1-2	円錐損傷	50	50		
02-02-f05-Fc60-R1-2		80	80		
10-10-f05-Fc60-R1-3		100	100		
05-10-f05-Fc60-R1-3		50	0		
02-10-f05-Fc60-R1-3	80	0			
10-10-f03-Fc60-R1-1	健全状態	0	0	60	0.3
05-10-f03-Fc60-R1-1	水平損傷	50	0		
02-10-f03-Fc60-R1-1	円形損傷	80	0		
00-00-f03-Fc60-R1-1	全損状態	100	100		
10-10-f01-Fc60-R1-1	健全状態	0	0	60	0.1
05-10-f01-Fc60-R1-1	水平損傷	50	50		
02-10-f01-Fc60-R1-1	円形損傷	80	80		
00-00-f01-Fc60-R1-1	全損状態	100	100		
10-10-f05-Fc40-R1-1	健全状態	0	0	40	0.5
05-10-f05-Fc40-R1-1	水平損傷	50	0		
02-10-f05-Fc40-R1-1	円形損傷	80	0		
10-10-f05-Fc20-R1-1	健全状態	0	0	20	0.5
05-10-f05-Fc20-R1-1	水平損傷	50	0		
02-10-f05-Fc20-R1-1	円形損傷	80	0		

の関数を指す。

結果、既存リベットの実験結果以外の実験と解析のどの損傷ケースに対してもほぼ軸力減少傾向が一致していることから、損傷形状・初期導入軸力に関わらず、軸力減少率は bh^3 で評価することができると考えられる。よってここで bh^3 と軸力減少率の関係を表す式として回帰分析を行うことで指数関数による近似曲線を求めた結果、式 (1) を提案する。

$$\gamma = -\frac{1}{0.1168} \log \left(\frac{bh^3}{11651} \right) \quad (1)$$

ここで、 γ : 軸力減少率である。

既存リベットで他の結果と傾向が一致しなくなったのは既存リベットの軸部に錆やずれがあり、リベット孔を完全に充填していたためと考えられる。このため、軸力の減少率が全損時に 100%減少せず約 18%と小さくなったと考えられる。

表-2 実リベットの軸力計測結果

		軸径 (mm)		軸力 (kN)	軸力/軸降伏荷重
		打ち込み前	打ち込み後		
既存	リベット1	22.00	24.10	71.00	0.53
	リベット2	22.00	24.15	125.00	0.94
	リベット3	22.00	24.03	140.70	1.05
	リベット4	22.00	24.11	75.40	0.57
	リベット5	22.00	24.84	103.80	0.78
	リベット6	22.00	23.92	60.70	0.45
新規	リベット1	22.00	23.36	47.91	0.41
	リベット2	22.00	23.27	40.15	0.35
	リベット3	22.00	23.37	50.40	0.43
	リベット4	22.00	23.13	15.68	0.14

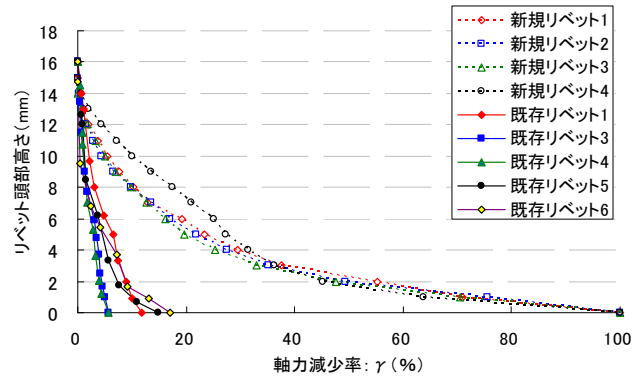


図-7 リベット頭部高さ-軸力減少率関係

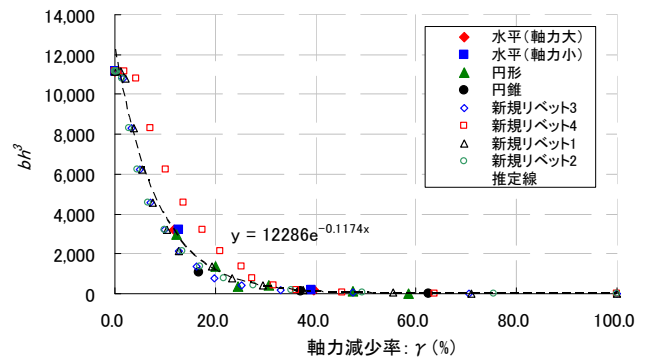
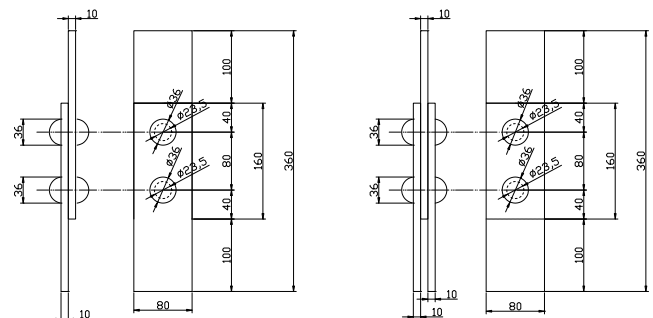


図-8 bh^3 -軸力減少率関係

5. リベット継手の残存性能評価

5.1 静的引張試験

リベット頭部が損傷したリベット継手の静的耐荷力等の力学的性能を評価するため、図-9 に示すような 1 面せん断および 2 面せん断リベット継手の静的引張試験を行った。実験パラメータはリベット頭部損傷状態で、水平損傷により健全状態、8 割損傷状態、全損状態の 3 ケースについて実験を行った。



(a) 1面せん断型

(b) 2面せん断型

図-9 リベット継手供試体 (単位: mm)

実験の結果を表-3に示す。2面せん断継手では、すべり荷重の低下が発生したが、終局耐荷力は変化しなかった。それに対し、1面せん断継手では、継手が偏心することでリベットが抜け出し、終局耐荷力が減少した。

このように、リベット継手では1面せん断と2面せん断継手とでリベット頭部損傷による影響の表れ方は異なることがわかった。

表-3 実験結果
(a) 2面せん断

	すべり荷重(kN)	降伏荷重(kN)	破断荷重(kN)	破壊形状	軸力減少率(%)
H2-10	88	169	254	板の破断	0
H2-02	45	163	252	板の破断	48.9
H2-00	0	167	252	板の破断	100

(b) 1面せん断

	板のずれ発生荷重(kN)	木端面降伏荷重(kN)	終局荷重(kN)	破壊形状
H1-10	30	142	259	純断面の破断
H1-02	25	130	252	リベットの抜け出し
H1-00	0	130	198	リベットの抜け出し

5.2 疲労試験

疲労試験は図-9に示すような2面せん断リベット継手に対し行った。試験は応力比：0.1、载荷速度：10Hzで、損傷ケースは水平損傷の健全状態、8割損傷状態、全損状態の3ケースに対し3体ずつ行った。载荷は、継手が破断するまで行い、くり返し回数が500万回を超えても破断しなかった場合は応力範囲を上げて試験を行った。さらに、図-10に示すような実験で使用したリベット継手形状の解析モデルを作成し、リベット孔壁の応力状態を再現、疲労強度とリベット孔壁応力との関係性について検討を行った。実験との比較にはS-N曲線で行うために、リベット孔壁の応力で疲労強度を評価した式(2)に解析より求めた応力集中係数を代入し、 C_0 および m は全損状態の疲労試験結果と一致する値を代入している。

$$N = \frac{C_0}{(\Delta\sigma_n \times \alpha)^m} \quad (2)$$

ここで N :くり返し回数、 C_0 :S-N線図における定数、 $\Delta\sigma_n$:公称応力範囲(MPa)、 α :リベット孔壁の応力集中係数、 m :S-N曲線における傾きである。

図-11に疲労試験結果および解析より求めた推定S-N曲線を、表-4に試験結果を示す。これより、リベット頭部が損傷することで疲労強度の低下が確認できる。またこの疲労強度の低下の傾向は、応力範囲が小さければ、リベット頭部損傷による疲労強度の低下率が大きくなっている。また、試験中、くり返し荷重によるリベットの抜け出しは発生せず、疲労き裂は3種類全てで片側のリベット孔縁から発生・進展し、リベット頭部損傷による疲労破断形状の違いはなかった。

解析結果より得られた応力集中係数から推定したS-N曲線では、健全状態および、8割損傷状態の試験結果ともほぼS-N曲線の傾向が一致した。よってリベット継手の疲労強度は、リベット孔壁の応力集中係数により比較できることがわかる。

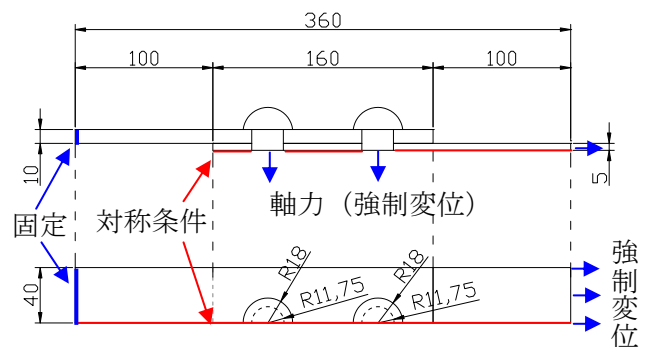


図-10 解析モデルおよび条件(単位: mm)

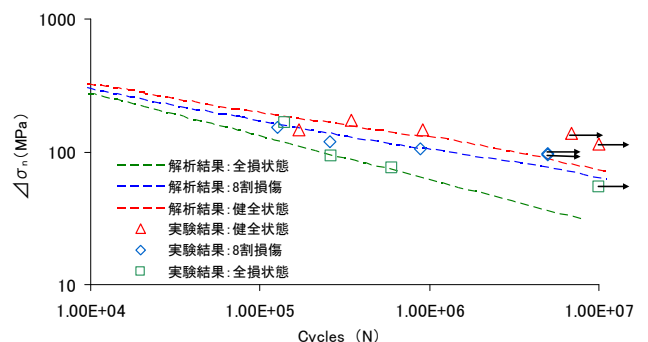


図-11 S-N線図

5.3 応力集中解析

表-4 疲労試験結果

载荷速度(Hz)	頭部形状	応力比	公称応力範囲(MPa)		破断回数(N)	結果	試験結果	備考
			試験機設定値	木端面ひずみによる補正值				
10	健全	0.1	270	171	346.832	破断	健全:公称応力範囲200MPaの試験後供試体を使用	
10			260	151	169.548	破断	健全:公称応力範囲230MPaの試験後供試体を使用	
10			250	145	913.443	破断	-	
10			230	138	6,900,000	未破断	-	
10			200	113	10,000,000	未破断	-	
10			250	153	127.580	破断	8割損傷:公称応力範囲170MPaの試験後供試体を使用	
10	8割損傷	0.1	230	119	260,000	破断	8割損傷:公称応力範囲170MPaの試験後供試体を使用	
10			200	106	889.125	破断	-	
10			170	97	5,000,000	未破断	-	
10			155	94	5,000,000	未破断	-	
5	全損	0.1	200	166	140.237	破断	全損:公称応力範囲100MPaの試験後供試体を使用	
10			200	93	262.177	破断	-	
10			155	76	598.633	破断	-	
10			100	55	10,000,000	未破断	-	

リベット継手の疲労強度はリベット孔の応力集中係数により比較することができるとわかった。そこで、ここではリベット頭部損傷によるリベット孔壁の応力集中係数の変化の傾向を明らかにし、疲労強度推定法案を提案する。

解析モデルは図-12に示すように、軸力計測解析のモデルで軸力を作用させた後、引張力を作用させた。解析ケースも軸力計測解析と同じで表-1に示す。

図-13に解析結果より求めた公称応力-応力集中係数関係を示す。これより、ある公称応力から急激に応力集中係数が増加する点がある。この変曲点はすべり発生点である。つまり、すべり発生までは摩擦抵抗のみで荷重伝達していたものが、すべり発生以降、リベットのせん断抵抗および支圧抵抗も加わることで応力集中係数が増加したものと考えられる。

損傷度による変化は、リベット頭部の損傷度が大きくなり作用軸力が減少すれば、また摩擦係数が小さくなれば応力集中係数は大きくなっている。しかし、リベット頭部の損傷度が異なる場合でも、摩擦係数および作用軸力が等しい場合、公称応力-応力集中係数関係は一致し、影響を与えるパラメータは作用軸力と摩擦係数であると考えられる。また弾性解析結果では、公称応力が大きくなれば応力集中係数が全損状態の値に収束している。

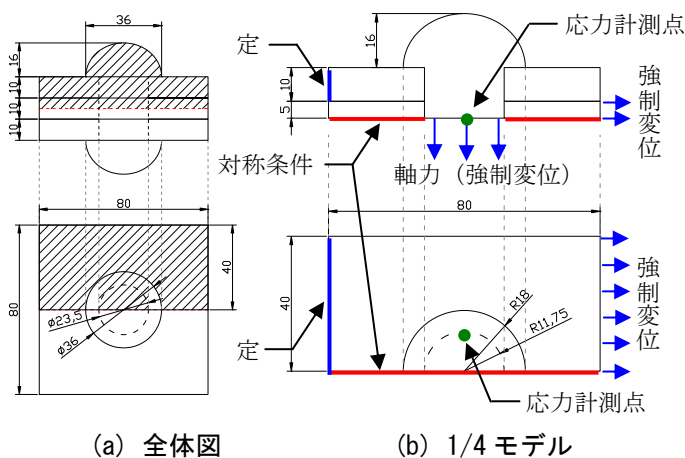


図-12 解析モデル (単位: mm)

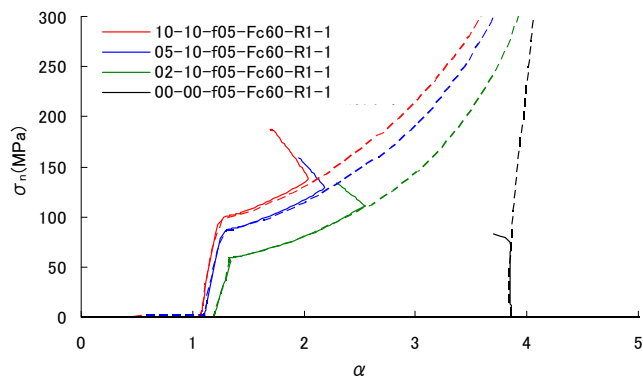


図-13 公称応力-応力集中係数関係

この原因は、作用荷重に対する摩擦抵抗の割合が小さ

くなり、摩擦抵抗による応力集中係数への影響が小さくなったためだと考えられる。

5.4 疲労強度推定方法の提案

リベット継手の公称応力-応力集中係数関係は継手形状、リベット軸力、接合面摩擦係数等により複雑に変化している。この関係を推定するための式を考察する。

軸力が作用するリベット継手では、式(3)のように外力： P に対し摩擦力： P_f と、せん断・支圧力： P_{sb} により荷重伝達する。ここでリベット頭部損傷により変化するものは摩擦力であり、式(4)より求められる。

$$P = P_f + P_{sb} \quad (3)$$

$$P_f = F_{Iclamp} \times (1 - \gamma) \times f \times m \times n \quad (4)$$

ここで、 F_{Iclamp} ：初期軸力、 γ ：軸力減少率、 f ：摩擦係数、 m ：摩擦面数、 n ：リベット本数である。

孔壁の応力は荷重を有効断面積で除した公称応力と応力集中係数の積をとることで求めることができる。しかし、摩擦で荷重伝達する力とせん断・支圧力で荷重伝達する力とでは荷重伝達メカニズムが異なるため、孔壁応力を求めるための有効断面積と集中係数が異なる。

摩擦力で荷重伝達する力： P_f に対する有効断面積は、摩擦の影響により重ねあわされた板の一部も含まれると考えられることから純断面積： A_n と係数： β の積とする。また、応力集中は有限幅の板に円孔がある場合の値であると考えられる。よって摩擦抵抗で荷重伝達する力によりリベット孔壁に発生する応力： σ_f は式(5)より求められる。

$$\sigma_f = \frac{P_f}{A_n \times \beta} \times \alpha_1 \quad (5)$$

それに対し、せん断・支圧力で荷重伝達する力： P_{sb} は摩擦の影響を含まない力のため有効断面積は純断面積のみで、応力集中係数は円孔がピンで支持される場合の値： α_2 と考えられる。よってせん断・支圧力で荷重伝達される力によりリベット孔壁に発生する応力： σ_{sb} は式(6)より求められる。

$$\sigma_{sb} = \frac{P_{sb}}{A_n} \times \alpha_2 \quad (6)$$

ここで、孔壁に発生する応力： σ_{max} は式(7)のように σ_f と σ_{sb} の合計することで求められる。よって、応力集中係数： α は式(8)より求められる。

$$\sigma_{max} = \sigma_f + \sigma_{sb} \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (8)$$

以上の式に今回の解析条件を代入した結果を図-14に示す。代入する値は $F_{Iclamp}=60$ 、 $m=2$ 、 $n=1$ 、 $\beta=1.7$ 、 $\alpha_1=2.35$ 、

$\alpha_2=3.85$ である。これより、すべり発生荷重から降伏荷重までの公称応力-応力集中係数関係を推定できているものと考えられる。公称応力が高い範囲で推定線と解析結果が一致しないのは、リベット軸に作用する力が大きくなるため、軸が変形する影響やポアソン効果による板厚の減少の影響が大きくなる等の要因が考えられる。しかし、疲労強度で問題となる範囲（応力範囲が疲労限以上の範囲）は一致しているため、疲労強度推定にはこの方法を用いることができると思われる。

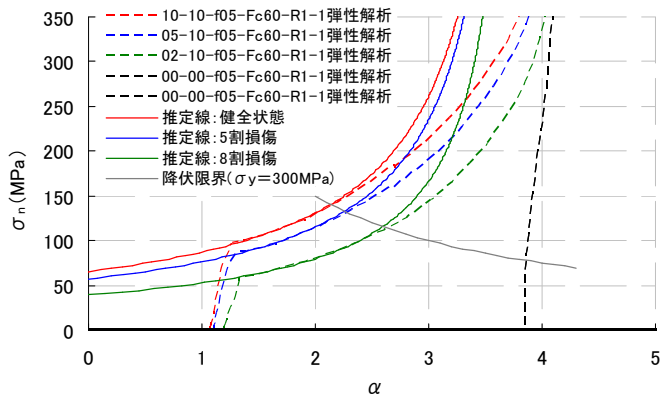


図-14 解析結果と推定線比較

そこで、疲労試験を行ったリベット継手の条件を推定式に代入し応力集中係数を求め、その値を式(2)に代入することで、疲労試験結果と比較を行った。代入する値は $F_{tclamp}=45$, $m=2$, $n=2$, $\beta=1.7$, $\alpha_1=2.35$, $\alpha_2=2.85$ である。

図-15に疲労試験結果と本推定方法より求めたS-N曲線の比較を示す。結果、ほぼ各損傷状態の実験結果と一致していることから、この推定方法の妥当性が確認できた。

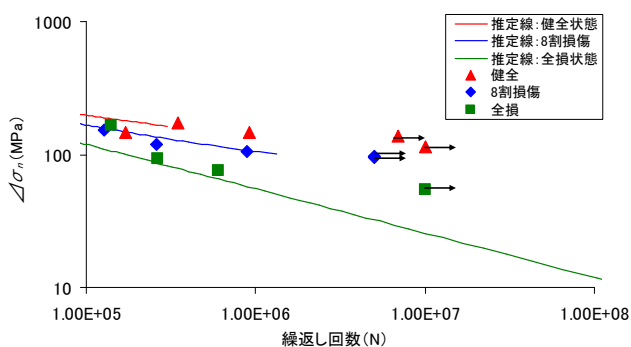


図-15 実験結果と推定線比較(S-N曲線)

6. 結論および今後の課題

本研究では、リベット頭部の損傷に着目し、リベット部材の残存性能を評価するためリベットの残存軸力の計測、リベット部材の静的載荷試験および疲労試験、応力集中解析を行った。以下に得られた結果を示す。

1) 曲げ荷重を受けるリベット頭部が損傷したリベッ

ト集成I桁では、若干の剛性低下が発生したが、終局荷重に対してはほぼ影響がない。それに対し、せん断荷重が卓越する場合、終局耐力が若干低下した。これは変形が大きくなることで集成I桁を構成する部材同士がはがれ始めたためであると考えられる。

- 2) リベット頭部損傷による軸力の減少率は、リベット頭部損傷形状にかかわらず bh^2 により求めることができる。
- 3) リベット継手の静的引張試験の結果、2面せん断継手の場合、リベット頭部損傷による軸力低下の影響が大きく、すべり荷重が変化し、終局耐力は変化しない。それに対し、1面せん断継手では、偏心によりリベット軸方向に引張り力が作用するため、リベット頭部損傷により板のとじあわせ力の減少が大きく影響することになり、終局荷重および終局状態が変化する。
- 4) リベット軸力によるリベット孔壁の応力集中係数は、作用荷重が増加するにつれ大きくなり、最終的には全損状態の応力集中係数に収束する。このため、リベット頭部が損傷した継手の疲労強度は、応力範囲が小さいほど疲労強度の低下率が大きくなる。
- 5) リベットの疲労強度は孔壁の応力集中係数により推定できる。本研究では作用軸力と摩擦係数の影響に着目し、公称応力-応力集中係数関係の推定方法を提示した。

4)の公称応力-応力集中係数関係は、今回対象とした継手形状でのみ妥当性が確認できたものであり、継手形状が異なる場合、特に1面せん断継手に対する検証が必要である。

また、実際のリベット構造物の腐食損傷はリベット頭部のみならず母板も腐食している。この母板の損傷も考慮した残存性能の評価も今後必要である。

参考文献

- 1) 竹本康彦, 福島和彦: 広島県「音戸大橋」の補修工事, 石川島播磨技法, 1995.4
- 2) 早瀬仁志, 中山太士, 古寺貞夫, 岡本陽介, 松井繁之: リベット接合の腐食状況調査, 土木学会第66回年次学術講演会, 2011.9
- 3) 鉄道総合技術研究所: 鋼構造物補修・補強・改造の手引き, 研友社, 1992.7.
- 4) 日本鋼構造協会接合小委員会, 社団法人鋼材倶楽部: 鋼構造接合資料集—リベット接合・高力ボルト接合—, 技法堂出版株式会社, 1997.3.1
- 5) Björn Åkesson: Fatigue Life of Riveted Steel Bridges CRC Press, 2010.

討議等

◆討議 [谷口 与史也教授 山口 隆司教授]
 bh^3 の物理的意味は.

◆回答 : bh^3 はリベット頭部の剛性を求める式のうち、便宜上簡略化するため、係数部分を見捨てたものである。この係数を見捨てているため、損傷形状による若干の誤差が発生していると考えられる。

◆討議 [谷口 与史也教授]
 bh^3 は無次元化できるのか。

◆回答 : 異なるリベット径での軸力計測については検討していなかったため、現段階では無次元化できるかは不明である。しかし、健全状態を基準とした bh^3 の減少率として無次元化することは可能であると思われる。

◆討議 [谷口 与史也教授]
実験での軸力計測方法は

◆回答 : 以下の手順に従って実験を行っている。1) 片側のリベット頭部にひずみゲージを貼り付ける。2) ゲージを貼り付けた反対側のリベット頭部を水平に切削し、高さ方向に 1mm 切削する毎にひずみ値を計測する。3) リベット頭部を全損させた後、リベットを母板から抜き取る。4) リベットを軸方向に引張り、荷重とひずみ関係を求める。5) 荷重-ひずみ関係と切削時のひずみを比較することで、リベットに作用していた軸力および軸力減少率を算定した。

◆討議 [谷口 与史也教授]
 bh^3 による軸力減少率関係に関する既往の研究はあるのか

◆回答 : 知る限りの既往の研究では bh^3 に関する記述はない。

◆討議 [谷口 与史也教授]
 bh^3 による軸力減少率関係に関する既往の研究はあるのか

◆回答 : 知る限りの既往の研究では bh^3 に関する記述はない。

◆討議 [東田 淳教授]
リベットの軸力減少率は、せん断に対する面積が関係するのではないのか

◆回答 : リベットに作用している軸力はリベット頭部がせん断破壊するほど大きなものではなく、ほとんどの損傷状態で弾性範囲内であることから、せん断面積よりもリベット頭部の剛性が支配的であると考えられる。

◆討議 [角掛 久雄講師]
摩擦に対する有効断面積で用いている係数 β はどうやって算出しているのか。

◆回答 : β に関する支配因子は、今回の研究の結果では判断することができない状態である。よって論文中に使用した β の値は、解析結果と一致する値を探し出した。よって断面形状が異なる場合、 β の値は変化すると考えられます。

◆討議 [鬼頭 宏明准教授]
摩擦力では有効面積を、ベータを用いることで求めているが、せん断・支圧力に対しても同じか。

◆回答 : β は摩擦による有効断面積の増加を表す係数であるため、摩擦が関係しないせん断・支圧力では β は関係しない。(強いて言えば $\beta=1$ である)