

アーチ形状の異なる二層立体ラチスヴォールトの 弾性座屈および弾塑性挙動に関する一考察

建築構造学分野 新山 達

1. 序

多目的ホールや体育館、スタジアムなどの大空間を覆う屋根に用いられる構造形式の一つに二層立体ラチス構造がある。この構造形式は構成部材の結合からなる、ほぼ同形の構造単位の繰り返し連結形であるラチス構造のうち、上層と下層が距離を持ち平板あるいは曲面板状をなす構造である。構成部材の断面や寸法を整理・統合して規格化することによって、生産、加工、組立における合理性、経済性は向上される。

本論文では大空間の屋根として多く用いられている二層立体ラチスヴォールトを取り上げる。アーチ形状の曲線に円弧がよく用いられているが、円弧以外に四次曲線、カテナリ曲線、二次曲線の三種類を加えた四種類の曲線を用い、またライズスパン比も変化させて構成していく。アーチ形状の異なる二層立体ラチスヴォールトに対して弾性座屈解析および弾塑性解析を行い、アーチ形状の違いによる弾性座屈性状や弾塑性挙動の比較検討を行っていき、二層立体ラチスヴォールトのアーチ形状の曲線の違いによる構造特性の変化を明らかにする。

2. 二層立体ラチスヴォールトの形状

2.1 解析モデルの形状

アーチ形状の大きさを決定するためにライズとスパンを定義する。そして定義したライズスパン比に沿うようにアーチ形状を作る。ライズスパン比は1:2と1:4を

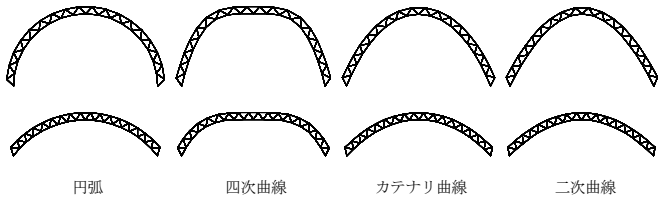


図1 アーチ形状(上-ライズスパン比1:2、下-ライズスパン比1:4)

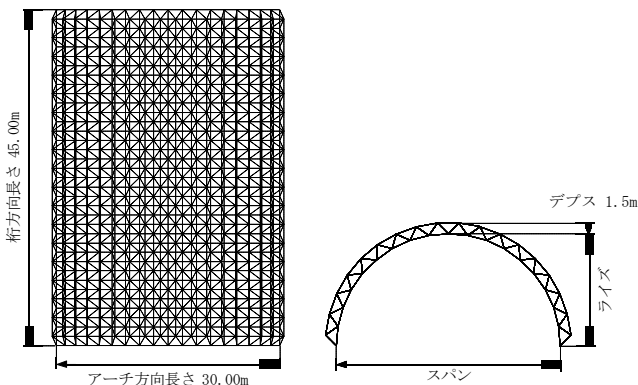


図2 全体形状

用い、ライズスパン比に合わせて、円弧($y^2 + x^2 = r^2$)、四次曲線($y = x^4$)、カテナリ曲線($y = T/w(\cosh(xw/T) - 1)$)、二次曲線($y = x^2$)の4曲線をアーチ両端とライズ頂点の3点を通りさせ、その曲線上に下層節点を配置し、全体形状を作る。したがって、下層アーチ両端の節点間距離がスパンとなり、下層アーチの高さがライズとなる。網目形状は上層、下層ともに四角形格子とする。以後、ライズスパン比1:2のモデルをRS12、1:4のモデルで桁方向部材長180cmのモデルをRS14、桁方向部材長250cmのモデルをRS14cと表記する。表1に部材断面諸量、表2に部材長と細長比を示す。

2.2 解析条件

作用させる荷重は上層全節点に等しい鉛直下向きの集中荷重を扱う。支持条件はアーチ方向両端下層節点をピン支持した二辺ピン支持、下層周辺全節点をピン支持した四辺ピン支持、四隅下層節点だけをピン支持した四隅ピン支持、下層周辺節点のうち桁方向節点はx方向ローラー、アーチ方向節点はy方向ローラー、四隅はx, y 2方向ローラーの四辺ローラー支持の四条件を扱う。

表1 部材断面諸量

使用部材	外径 (mm)	厚み (mm)	断面積 (mm ²)	断面二次モーメント (mm ⁴)	ヤング係数 (N/mm ²)	せん断弾性係数 (N/mm ²)
	76.3	2.8	647	4.372×10 ⁶	205800	79380

表2 部材長と細長比

曲線	部材	RS12	RS14	RS14c
		長さ (mm)	長さ (mm)	長さ (mm)
円弧	上下弦材	261.5, 287.6	193.1, 208.5	193.1, 208.5
	(細長比)	(100.4, 110.6)	(74.3, 80.2)	(74.3, 80.2)
	ウェブ材	238.7	201.7	219.5
四次曲線	(細長比)	(91.8)	(77.6)	(84.4)
	上下弦材	265.4-314.6	201.5-233.8	201.5-233.8
	(細長比)	(102.1-120.9)	(77.5-90.0)	(77.5-90.0)
カテナリ曲線	ウェブ材	236.1-236.4	201.9-202.0	219.7-219.8
	(細長比)	(90.8-90.9)	(77.6-77.7)	(84.5)
	上下弦材	248.6-286.1	191.7-209.1	191.7-209.1
二次曲線	(細長比)	(95.6-110.0)	(73.7-80.4)	(73.7-80.4)
	ウェブ材	231.5-231.6	199.5	217.5
	(細長比)	(89.0-89.1)	(76.7)	(76.7)
全ての曲線	上下弦材	245.5-290.2	191.2-209.8	191.2-209.8
	(細長比)	(94.4-111.6)	(73.5-80.7)	(73.5-80.7)
	ウェブ材	230.6-230.9	199.3-199.4	217.4
全ての曲線	桁方向部材長	250.0	180.0	250.0
	(細長比)	(96.1)	(69.2)	(96.1)

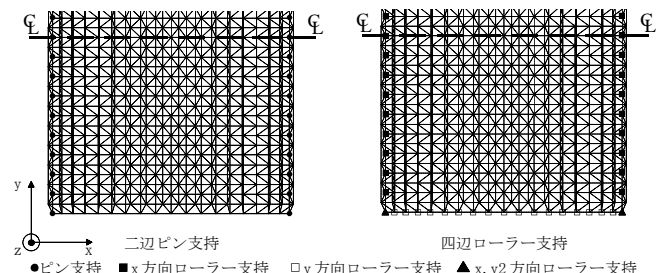


図3 支持条件

3. 弾性座屈解析

3.1 オイラー軸力比

図4に円弧RS12モデルの各支持条件におけるオイラー軸力比図を示す。

二辺ピン支持の場合、桁方向両端にあるアーチ方向部材を拘束していないため、桁方向部材はほとんど機能していない。上弦材のアーチ方向部材の中央部と下弦材のアーチ方向部材の端部に大きい圧縮力が生じる分布となっている。二辺ピン支持におけるウェブ材の応力はほとんど見られない。

四辺ピン支持の場合、二辺ピン支持に比べると若干ではあるが、桁方向部材に応力が生じる。二辺ピン支持の場合と同様、上弦材のアーチ方向部材の中央部と下弦材

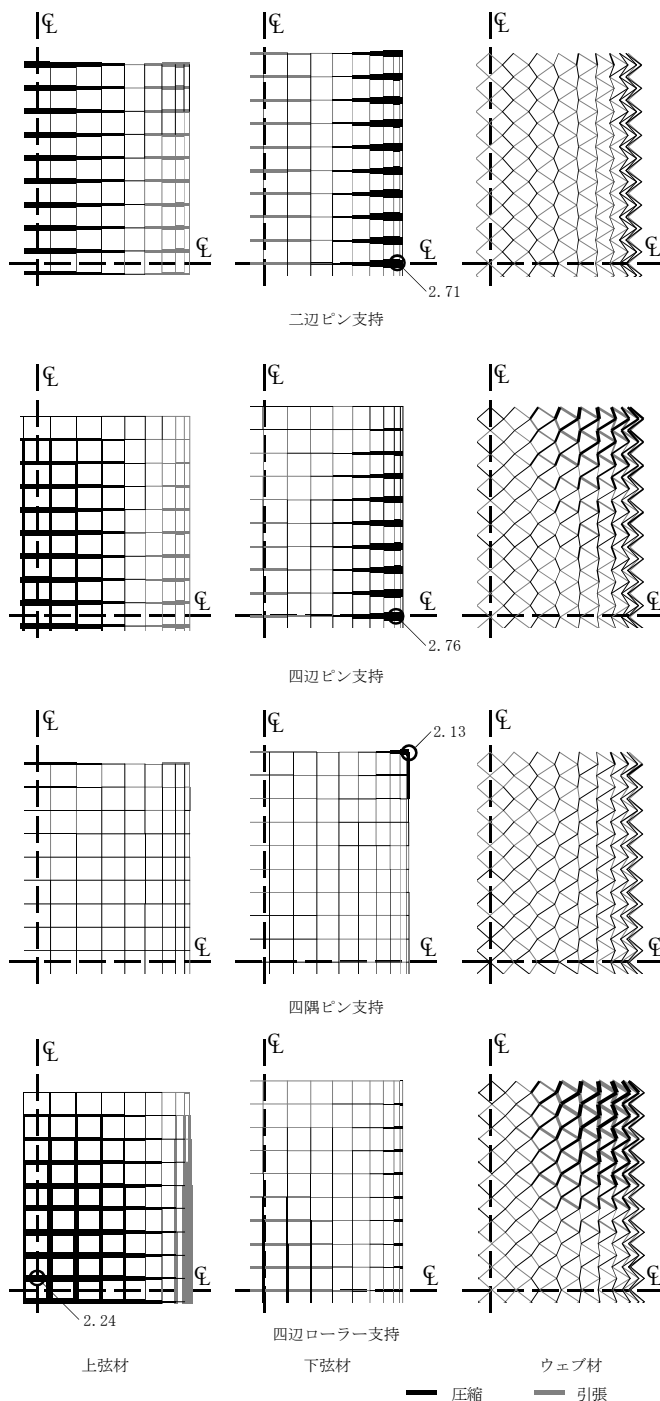


図4 円弧RS12モデルのオイラー軸力比図

のアーチ方向部材の端部に大きな圧縮力が生じ、ウェブ材は隅部で応力が生じる。

四隅ピン支持の場合は、他の支持条件による分布とは大きく異なり、四隅しか支持していない影響から、ほとんど支持節点付近の下弦材及びウェブ材が応力を負担する分布となった。多くの部材の軸力が低い状態となっているため、構造全体の耐荷能力が発揮されない、支持条件になっていると考えられる。

四辺ローラー支持の場合、相対的にウェブ材の応力負担が大きい分布といえる。全体的に上弦材に圧縮力が、下弦材に引張力が生じている。

3.2 荷重 変形関係

図5に四辺ピン支持における下層中央節点鉛直方向の荷重変形関係を示す。RS12では剛性が（円弧<四次曲線<カタナリ曲線<二次曲線）という関係となる。RS14、RS14cでは（四次曲線<円弧<カタナリ曲線<二次曲線）となる。二次曲線モデルが他の曲線より高くなっており、他のモデルと違いRS14よりRS12の方が剛性が高くなっていることから鉛直方向変位に対して形状抵抗が優れていると考えられる。

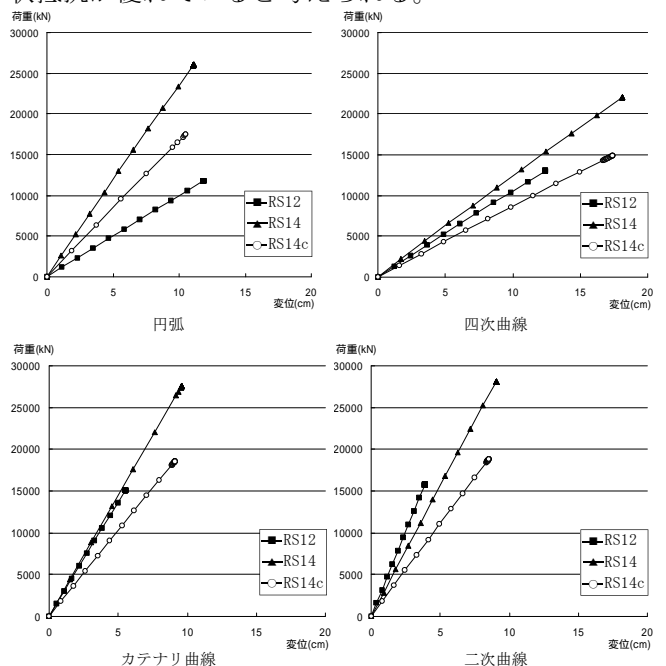


図5 四辺ピン支持下層中央節点鉛直方向荷重-変形関係

3.3 弾性座屈耐力と座屈モード

表3に弾性座屈荷重を示す。弾性座屈荷重はRS12の場合は支持条件に関わらず（円弧<四次曲線<カタナリ曲線<二次曲線）という傾向がみられる。RS14とRS14Cの場合は（四次曲線<円弧<カタナリ曲線<二次曲線）の傾向がみられるが、四隅ピン支持のときは四次曲線が他の3曲線より高くなった。しかし他の支持条件と比べ耐力が極端に低く、支持部付近の部材のみが高軸力となり構造物全体が持つ荷重に対する能力が十分に発揮されず、支持部付近の部材によって耐力に違いが生じたと考えられる。RS12では耐力の差が大きかったが、RS14で

は差が小さくなった。これはRS14の場合、モデル間のアーチ形状の違いがRS12に比べ小さくなったためであると考えられる。

表4に座屈モードタイプ、図6に座屈モードを示す。座屈モードタイプAは桁方向両端にあるアーチ方向端部付近の下弦材に現れる座屈モードである。座屈モードタイプBは桁方向中央付近のアーチ方向端部付近の下弦材に現れる座屈モードである。座屈モードタイプCは隅部の下弦材に現れる座屈モードである。座屈モードタイプDは上弦材中央に現れる座屈モードである。

座屈モードはオイラー軸力比が最大の部材周辺で現れる傾向にある。しかし、二辺支持のモデルではこのような傾向と異なっている。RS12とRS14Cを比較するとRS14CはRS12に比べサイズが低いために、アーチ方向水平変位をアーチ方向部材が拘束することにより座屈モードに違いが生じたと考えられる。

表3 弾性座屈荷重(単位: $\times 10^3$ kN)

RS12	二辺ピン支持	四辺ピン支持	四隅ピン支持	四辺ローラー支持
円弧	9.98	11.78	1.00	8.88
四次曲線	11.08	13.05	1.08	9.47
カテナリ曲線	14.11	15.14	1.19	12.71
二次曲線	15.39	15.76	1.23	13.65

RS14	二辺ピン支持	四辺ピン支持	四隅ピン支持	四辺ローラー支持
円弧	26.84	26.04	1.65	9.50
四次曲線	22.91	22.04	1.67	8.60
カテナリ曲線	28.36	27.62	1.66	10.02
二次曲線	28.87	28.11	1.66	10.15

RS14c	二辺ピン支持	四辺ピン支持	四隅ピン支持	四辺ローラー支持
円弧	18.06	17.53	1.24	6.76
四次曲線	15.62	14.87	1.35	6.19
カテナリ曲線	19.08	18.52	1.31	7.08
二次曲線	19.43	18.85	1.32	7.16

表4 座屈モードタイプ

支持条件	二辺ピン支持			四辺ピン支持			四隅ピン支持			四辺ローラー支持		
ライズスパン比	RS12	RS14	RS14c	RS12	RS14	RS14c	RS12	RS14	RS14c	RS12	RS14	RS14c
円弧	A	B	B	B	B	B	C	C	C	D	D	D
四次曲線	A	A	B	B	B	B	C	C	C	D	D	D
カテナリ曲線	A	B	B	B	B	B	C	C	C	D	D	D
二次曲線	A	B	B	B	B	B	C	C	C	D	D	D

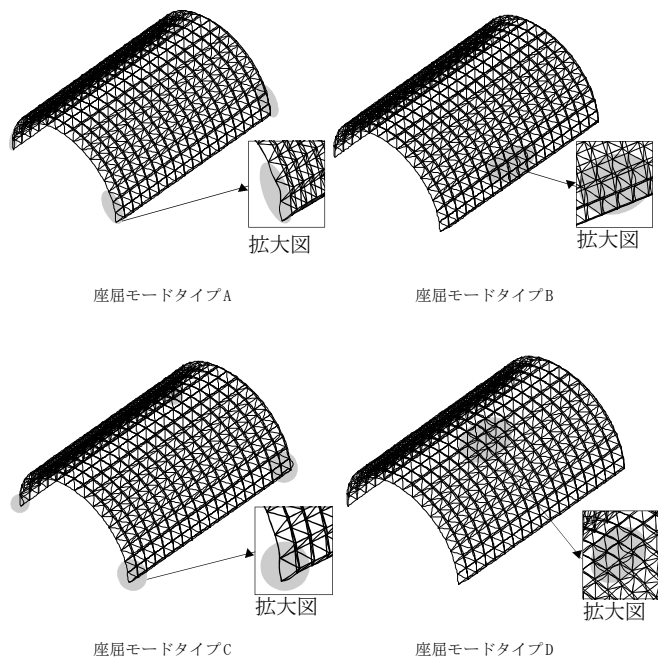


図6 座屈モード

4. 弾塑性解析

4.1 部材特性

図7の部材特性モデルを用いて解析ソフトABAQUS Version 6.4(ABAQUS, Inc, 2003)によって弾塑性解析を行った。部材特性と荷重条件は弾性座屈解析と同様で、支持条件は四辺ピン支持のみを対象とする。一度、降伏または座屈した部材は曲げモーメントを受けなくなる。

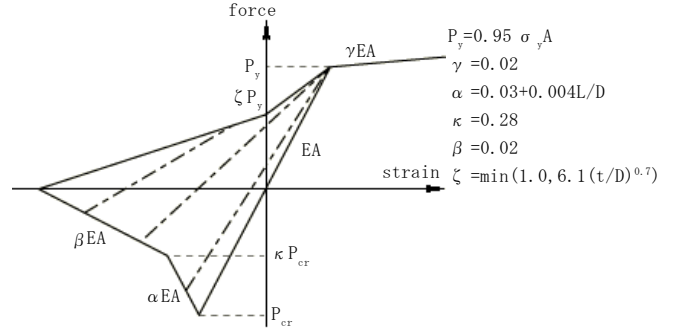


図7 モデル化された軸力-軸変形関係¹⁾

4.2 最大耐力

図8に下層中央節点の荷重変形関係、表5に最大耐力を示す。最大耐力の大小関係は、全モデルで弾性座屈耐力の大小関係と等しいものとなった。最大耐力は全モデルで弾性座屈耐力の23%~32%程となる。

最大耐力到達後、全てのモデルで急激な耐力低下が見られた。その後RS12では耐力上昇がみられ、RS14では四次曲線は耐力を維持したまま変形し、その他のモデルは耐力が下降していった。RS14cでは急激な耐力低下後、その耐力を維持する傾向にある。

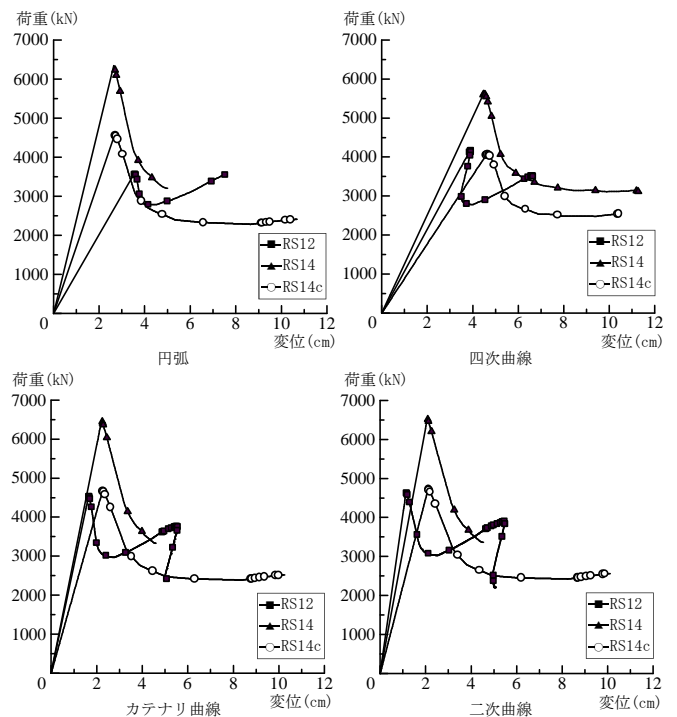


図8 下層中央節点鉛直方向荷重-変形関係

(■, ▲, ○のプロット点は部材の降伏した点を示す)

表5 最大耐力(単位: $\times 10^3$ kN)

	円弧	四次曲線	カテナリ曲線	二次曲線
RS12	3.57	4.17	4.54	4.63
RS14	6.34	5.61	6.47	6.55
RS14c	4.56	4.07	4.66	4.72

4.3 軸力分布の推移

図9に最終的な軸力分布を示す。どのモデルも桁方向中央アーチ方向端部の下弦材が圧縮応力によって座屈しアーチ方向端部に生じていた応力が桁方向端部に向かって再分配されていく傾向にある。

RS12の全モデルで応力が桁方向中央アーチ方向端部の下弦材から隅部のウェブ材へ推移していることがわかる。RS14の四次曲線以外のモデルは応力が桁方向中央アーチ方向端部の下弦材から隅部に向かって推移し隅部手前まで応力が再分配されている。一方、四次曲線では隅部まで応力が進行し、他の三曲線に比べて高い圧縮応力が上層中央部に生じているのがわかる。RS14cの全モデルで応力が桁方向中央アーチ方向端部の下弦材から隅部のウェブ材と、上層中央付近に再分配されている。

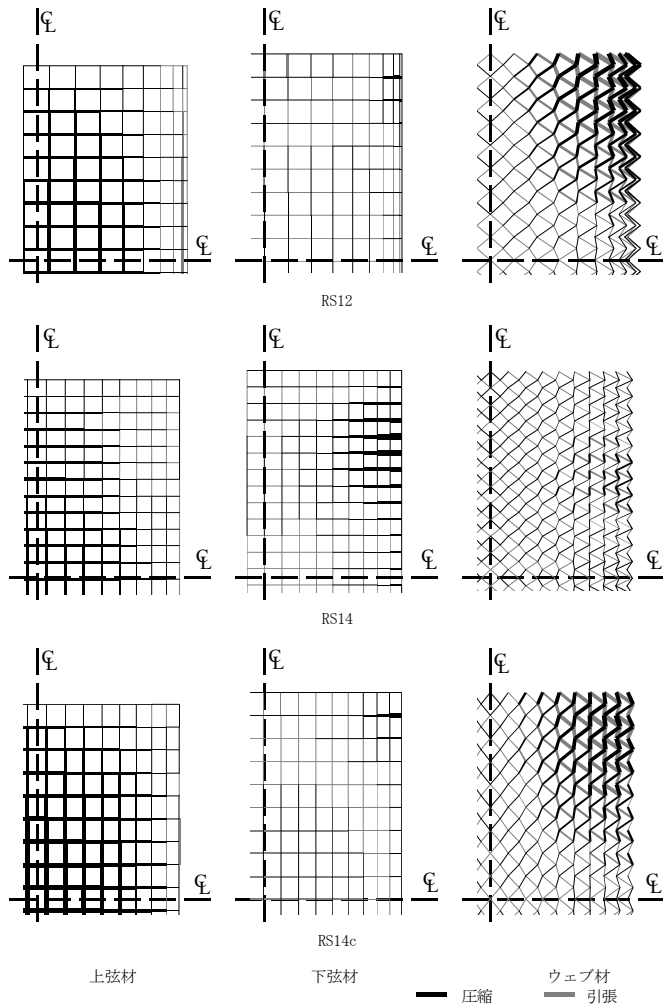


図9 円弧モデルの最終的な軸力分布

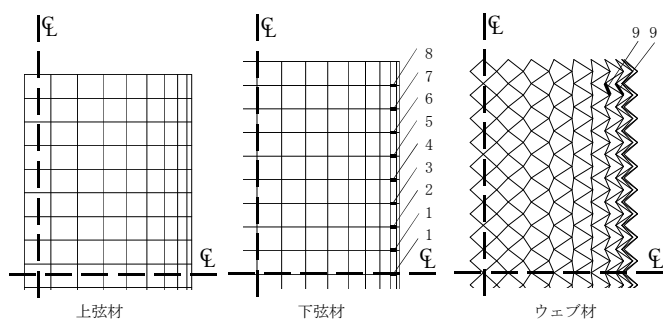


図10 円弧RS12モデルの降伏部材の進行

4.4 降伏部材の進行

図10、図11に降伏部材の進行を示す。アーチ方向両端桁方向中央部にある下弦材から座屈が始まる。この部材はオイラー軸力比の最大値を示した部材と一致する。その後、隅部に向かって座屈が進行していき、図9に示した軸力分布となり、オイラー軸力比分布図から見てとれる軸力分布とは変化している。よって、座屈が生じる前の応力分布では低い応力がかかっていた部材も、その他の部材が座屈した後は高い応力がかかる可能性があると考えられる。

すべてのモデルにおいて、最初に座屈が起きるのは、桁方向中央に位置する境界部の下弦材である。その部材から隣接する軸力の低い部材へと応力が再分配され、桁方向に座屈が進行する。その後は多くのモデルで、隅部にあるウェブ材へ応力が分配される。四次曲線RS14のモデルにおいては、下弦材の座屈後に上弦材で座屈するという違いが見られた。

5. まとめ

アーチ形状の曲線を円弧以外に、四次曲線、カタナリ曲線、二次曲線の三種類を加えた四種類の曲線を用い、アーチ形状の異なる二層立体ラチスヴォールトに対して弾性座屈解析および弾塑性解析を行った。得られた結果をまとめる。

- 1) RS12 二次曲線のモデルはそのアーチ形状から鉛直方向の外力に対して形状抵抗が他のモデルに比べ優れていると考えられる。
- 2) 弾性座屈耐力と最大耐力はRS12の場合は（円弧<四次曲線<カタナリ曲線<二次曲線）という傾向がみられる。RS14とRS14cの場合は（四次曲線<円弧<カタナリ曲線<二次曲線）の傾向がみられる
- 3) 最大耐力到達後、急激な耐力低下が生じる。その後RS12のモデルは耐力が上昇し始め、RS14cのモデルは耐力を維持して変位が進行し、RS14のモデルは耐力が低下し続ける。例外としてRS14四次曲線のモデルは耐力を維持したまま変位が進行した。
- 4) 隅部に向かって座屈が進行していくと、部材が弾性範囲内にあるときの軸力分布と座屈後の軸力分布には違いが生じることがわかった。

参考文献

1) ABAQUS Theory Manual Version 6.3, ABAQUS, Inc, 2003

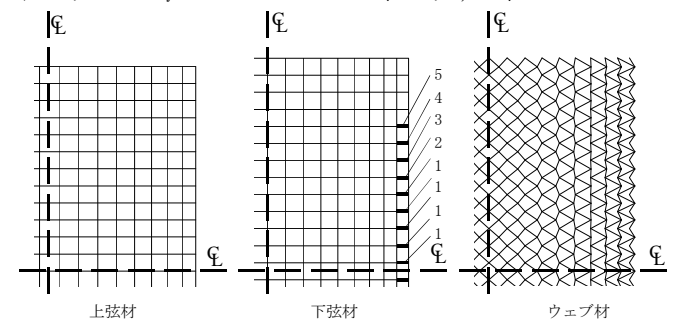


図11 円弧RS14モデルの降伏部材の進行